RAIRO
ANALYSE NUMÉRIQUE

N. COUTRIS

Théorème d'existence et d'unicité pour un problème de coque élastique dans le cas d'un modèle linéaire de P. M. Naghdi

RAIRO – Analyse numérique, tome 12, n° 1 (1978), p. 51-57.
<http://www.numdam.org/item?id=M2AN_1978__12_1_51_0>

R.A.I.R.O. Analyse Numérique/Numerical Analysis
(vol. 12, n° 1, 1978, p. 51 à 57)

THÉORÈME D'EXISTENCE ET D'UNICITÉ POUR UN PROBLÈME DE COQUE ÉLASTIQUE DANS LE CAS D'UN MODÈLE LINÉAIRE DE P. M. NAGHDI (1)

N. COUTRIS (*)

Communiqué par P. G. CIARLET

Résumé. — *On étudie ici dans le cas d'un modèle linéaire de Naghdi, un problème de flexion élastique de coque mince. Après avoir défini des tenseurs de déformation invariants dans tout mouvement de corps rigide, on établit l'ellipticité de l'énergie de déformation pour une coque encastrée sur une partie de son bord.*

I. INTRODUCTION

Cet article est consacré à l'étude par une méthode variationnelle d'un problème concernant une coque élastique. Pour la modélisation de la coque mince, on se reportera à la théorie de Naghdi exposée dans [3]. Une autre grande classe d'approches se rattachant à l'hypothèse de Kirchoff-Love a été envisagée, notamment par Koiter. L'ellipticité de l'énergie de déformation pour de tels modèles de coques a été étudiée, en particulier par :

- Ciarlet et Bernadou [2] dans le cas linéaire de la modélisation de Koiter.
- Rougée [4] dans les cas linéaire et non linéaire de coques cylindriques,
- Shoikhet [5] dans le cas des équations de Novozhilov.

Au paragraphe 1, on présentera le problème considéré, au paragraphe 2, on définira des grandeurs cinématiques caractérisant les déformations de la coque et au paragraphe 3, on établira une formulation variationnelle du problème et on énoncera les résultats sous forme d'un théorème d'existence et d'unicité des solutions du problème considéré.

---

(1) Manuscrit reçu le 17 novembre 1976.

(*) Laboratoire de Mécanique Théorique, Université Pierre et Marie Curie, 4, place Jussieu, Paris.

Ce travail ne constitue que la première partie d'une étude visant à appliquer la méthode des éléments finis au modèle linéaire de Naghdi. On suivra pour cela le travail de Bernadou (à paraître) appliqué au modèle de Koiter.

I. POSITION DU PROBLÈME

Soit Ω un ouvert borné de $\mathbf{R}^2$ à frontière Γ suffisamment régulière. On considère une coque mince dont la surface moyenne $\bar{\mathscr{A}}$, dans l'état non déformé, est l'image de Ω par une application f à valeurs dans l'espace euclidien $\mathbf{R}$, supposée de classe $\mathscr{C}^2$ sur $\bar{\Omega}$. On note

$$\mathscr{C} = \partial\mathscr{A} = f(\Gamma), \qquad \bar{\mathscr{A}} = \mathscr{A} \ \partial \ \mathscr{A}.$$

On suppose que la coque est :

– d'épaisseur constante h,

– encastrée sur une partie $\mathscr{C}_0$ de son bord,

– soumise à des efforts volumiques et surfaciques mesurés par unité d'aire de surface moyenne et des efforts appliqués sur la partie $\mathscr{C}_p$ du bord. On pose :

$$\mathscr{C}_p = f(\Gamma_p), \qquad \mathscr{C}_p \cup \mathscr{C}_0 = \mathscr{C}, \qquad \mathscr{C}_p \cap \mathscr{C}_0 = \varnothing$$

On désigne par $(\vec{p}, \vec{m})$ les éléments de réduction du torseur des efforts volumiques et surfaciques et par $(\vec{N}^0, \vec{M}^0)$ les éléments de réduction du torseur des efforts linéiques en tout point de $\mathscr{C}_p$.

Tout point P de la coque S est repéré par :

$$\overrightarrow{OP} = \vec{r} = \vec{r}(x^1, x^2) + x^3 \vec{a}_3(x^1, x^2) \quad , \quad -\frac{h}{2} \leqslant x^3 \leqslant \frac{h}{2}, \tag{1}$$

où $M(x^1, x^2, 0)$ décrit $\mathscr{A}$ et où $\vec{a}_3$ est le vecteur normal unitaire en M à $\mathscr{A}$. Dans ce qui suit, les indices latins prennent leurs valeurs dans l'ensemble $\{1, 2, 3\}$, les indices grecs prennent leurs valeurs dans l'ensemble $\{1, 2\}$.

Suivant P. M. Naghdi, f sera notée $\vec{r}$ dans toute la suite. Tous les points de la surface $\mathscr{A}$ sont réguliers en ce sens que les vecteurs $\vec{a}_\alpha = \dfrac{\partial \vec{r}}{\partial x^\alpha}$ sont linéairement indépendants en tout point $x \in \Omega$. On pose :

$$\vec{g}_i = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i}, \qquad \vec{g}_\alpha = \mu_\alpha^\gamma \vec{a}_\gamma, \tag{2}$$

avec

$$\mu_\alpha^\gamma = \delta_\alpha^\gamma - x^3 b_\alpha^\gamma, \qquad b_{\alpha\gamma} = -\vec{a}_\alpha \cdot \vec{a}_{3,\gamma}. \tag{3}$$

On définit la première forme fondamentale $(a_{\alpha\gamma})$ et la seconde forme fondamentale $(b_{\alpha\gamma})$ de la surface $\mathscr{A}$.

Le déplacement $\vec{U}$ de tout point P est choisi de la façon suivante :

$$\vec{U} = \vec{u} + x^3\vec{\varphi}, \qquad \vec{u} = v^\alpha(x^1, x\varepsilon)\vec{a}_\alpha + w(x^1, x^2)\vec{a}_3, \qquad \vec{\varphi} = \beta^\alpha(x^1, x^2)\vec{a}_\alpha. \quad (4)$$

Dans la base $\{\vec{g}_i\}$, le tenseur des déformations linéaires a les coordonnées suivantes :

$$D_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i|j} + u_{j|i}). \quad (5)$$

Les mouvements virtuels tels que (4) définissent un espace $\mathscr{V}$. Les fonctions v^α, β^α, w, étant supposées suffisamment régulières, on a :

$$\begin{aligned} 2D_{\alpha\beta} &= U_{\alpha|\beta} + U_{\beta|\alpha} = \mu_\nu(\gamma_{\nu\beta} + x^3 k_{\nu\beta}) + \gamma^\nu_\beta(\gamma_{\nu\alpha} + x^3 k_{\nu\alpha}), \\ 2D_{\alpha 3} &= U_{\alpha|3} + U_{3|\alpha} = \gamma_{\alpha 3}, \\ D_{33} &= 0, \end{aligned} \quad (6)$$

où

$$\gamma_{\alpha\beta} = v_{\alpha\|\beta} - b_{\alpha\beta}w, \qquad k_{\alpha\beta} = \beta_{\alpha\|\beta}, \qquad \gamma_{\alpha 3} = \beta_\alpha + w_{,\alpha} + b^\nu_\alpha v_\nu.$$

La notation « $\|$ » désigne la dérivation covariante dans la base (a_α). Ainsi le tenseur de déformation calculé pour un champ (4) est déterminé par la donnée sur $\mathscr{A}$ des tenseurs : $\gamma_{\alpha\beta}$, $k_{\alpha\beta}$, $\gamma_{\alpha 3}$.

II. THÈOREME DU MOUVEMENT RIGIDE

Si $(v_\alpha, w, \beta_\alpha) \in [H^1(\Omega)]^5$, *les* 2 *propositions suivantes sont équivalentes*

(i) $\gamma'_{\alpha\beta} = \gamma_{(\alpha\beta)} = \frac{1}{2}(\gamma_{\alpha\beta} + \gamma_{\beta\alpha}) = 0$, $k'_{\alpha\beta} = k_{\alpha\beta} - b^\nu_\beta\gamma_{\nu\alpha}$, $\gamma_{\alpha 3} = 0$

(ii) $\vec{U} = {}_0\vec{u} + \vec{\omega} \wedge (\vec{r} + x^3\vec{a}_3)$

où ${}_0\vec{u}$ *et* $\vec{\omega}$ *sont des vecteurs constants dans* $\mathbf{R}^3$.

On montre que (ii) entraîne (i).

Dans le cas d'un mouvement rigidifiant, les vecteurs :

$$\vec{U} = {}_0\vec{u} + \vec{\omega} \wedge \vec{r}, \qquad \text{où} \qquad {}_0\vec{u} = {}_0v^\alpha\vec{a}_\alpha + {}_0w\vec{a}_3, \qquad \vec{\omega} = \omega^\alpha\vec{a}_\alpha + \omega^3\vec{a}_3,$$

sont des vecteurs constants, alors ${}_0\vec{u}_{,\alpha} = 0$, ${}_0\vec{\omega}_{,\alpha} = 0$.

On a supposé la fonction f de classe $\mathscr{C}^2$ sur $\bar{\Omega}$, $(v_\alpha, w, \beta_\alpha) \in [H^1(\Omega)]^5$, alors ${}_0v^\alpha$, ${}_0w$, ω^α, ω^3 sont dans $H^1(\Omega)$.

Or

$$\begin{aligned} {}_0\vec{u}_{,\alpha} &= ({}_0v_{\lambda\|\alpha} - b_{\lambda\alpha}w)\vec{a}^\lambda + ({}_0w_{,\alpha} + b^\lambda_\alpha v_\lambda)\vec{a}^3, \\ {}_0\vec{\omega}_{,\alpha} &= (\omega_{\lambda\|\alpha} - b_{\alpha\lambda}\omega_3)\vec{a}^\lambda + (\omega_{3,\alpha} + b^\lambda_\alpha\omega_\lambda)\vec{a}^3, \end{aligned}$$

soit

$$\text{(I)} \begin{cases} {}_0v_{\lambda\|\alpha} - b_{\alpha\lambda}\, {}_0w = 0, \\ {}_0w_{,\alpha} + b^{\lambda}_{\alpha}\, {}_0v_{\lambda} = 0, \end{cases} \qquad \text{(II)} \begin{cases} \omega_{\lambda\|\alpha} - b_{\alpha\lambda}\omega_3 = 0, \\ \omega_{3,\alpha} + b^{\lambda}_{\alpha}\omega_{\lambda} = 0. \end{cases}$$

D'après le choix du déplacement de Naghdi :

$$v_\alpha \vec{a}^\alpha + w\vec{a}^3 = {}_0\vec{u} + \vec{\omega} \wedge \vec{\bar{r}}, \tag{8}$$

$$\beta_\alpha \vec{a}^\alpha = \vec{\omega} \wedge \vec{a}^3. \tag{9}$$

En dérivant les 2 membres de (8) et (9) par rapport à x^α, on peut en déduire :

$$\begin{aligned} \gamma_{\alpha\beta} &= v_{\alpha\|\beta} - b_{\alpha\beta}w = \bar{\varepsilon}_{\beta\alpha}\omega^3 \\ k_{\alpha\beta} &= \beta_{\alpha\|\beta} = -\, b^{\lambda}_{\beta}\bar{\varepsilon}_{\lambda\alpha}\omega^3, \\ \gamma_{\alpha 3} &= \beta_\alpha + \bar{\varepsilon}_{\lambda\alpha}\omega^\lambda. \end{aligned}$$

(Les composantes du tenseur d'orientation de a sont notées $\bar{\varepsilon}_{\alpha\beta}$ [3]. Elles vérifient : $\bar{\varepsilon}_{\alpha\beta} = a^{1/2}\,\bar{e}_{\alpha\beta}$, où $a = \text{dét}\,(a_{\alpha\beta})$, $\bar{e}_{\alpha\alpha} = 0, \bar{e}_{12} = -\,\bar{e}_{21} = 1$) donc :

$$\begin{gathered} 2\gamma_{(\alpha\beta)} = (\bar{\varepsilon}_{\alpha\beta} + \bar{\varepsilon}_{\beta\alpha})\omega^3 = 0, \\ k_{\alpha\beta} - b^{\nu}_{\beta}\gamma_{\nu\alpha} = -\, b^{\lambda}_{\beta}\bar{\varepsilon}_{\lambda\alpha}\omega^3 - b^{\nu}_{\beta}\bar{\varepsilon}_{\alpha\nu}\omega^3 = 0, \\ b^{\gamma}_{\alpha}\beta_\gamma = -\, b^{\gamma}_{\alpha}(\bar{\varepsilon}_{1\gamma}\omega^1 + \bar{\varepsilon}_{2\gamma}\omega^2)\ ;\ b^{\gamma}_{\alpha}(\beta_\gamma + \bar{\varepsilon}_{1\gamma}\omega^1 + \bar{\varepsilon}_{2\gamma}\omega^2) = 0, \\ \bar{\varepsilon}_{\alpha\beta} = a^{1/2}\bar{e}_{\alpha\beta} \quad \text{où} \quad a = \text{dét}\,(a_{\alpha\beta}),\ \ \bar{e}_{\alpha\alpha} = 0,\ \ \bar{e}_{12} = -\,\bar{e}_{21} = 1, \end{gathered}$$

d'où : $\gamma_{\alpha 3} = \beta_\alpha + \bar{\varepsilon}_{\lambda\alpha}\omega^\lambda = 0$.

On a ainsi montré que, *dans tout mouvement rigide*,

$$\gamma_{(\alpha\beta)} = 0, \qquad k_{\alpha\beta} - b^{\nu}_{\beta}\gamma_{\nu\alpha} = 0, \qquad \gamma_{\alpha 3} = 0,$$

où $\gamma_{(\alpha\beta)}$ est le tenseur de déformation de la surface moyenne.

Réciproquement, (i) entraîne (ii)

Hypothèses :

$$v \in [H^1(\Omega)]^5,$$

$$\gamma'_{\alpha\beta} = 0, \qquad k'_{\alpha\beta} = k_{\alpha\beta} - b^{\nu}_{\beta}\gamma_{\nu\alpha} = 0, \qquad \gamma_{\alpha 3} = 0.$$

LEMME 1 : *Le vecteur* $\vec{\omega} = \omega^i \vec{a}_i$ *de composantes :*

$$\omega^\lambda = \bar{\varepsilon}^{\lambda\beta}(w_{,\beta} + b_\beta v_\nu), \qquad \omega^3 = \frac{1}{2}\bar{\varepsilon}^{\nu\beta}v_{\beta\|\nu},$$

est vecteur constant.

Une distribution dont toutes les dérivées partielles sont nulles étant une fonction constante, il suffit donc d'établir que $\vec{\omega}_{,\alpha} = 0$ ($\alpha = 1, 2$) au sens des distributions, c'est-à-dire au sens des distributions :

$$\begin{cases} \omega^\lambda{}_{\|\alpha} - b^{\lambda}_{\alpha}\omega_3 = 0, \\ \omega^3{}_{\|\alpha} + b_{\lambda\alpha}\omega_\lambda = 0. \end{cases}$$

La démonstration se fait en 2 étapes.

Tout d'abord, si $v \in [H^1(\Omega)]^5$, on a, au sens des distributions :

$$\omega^\lambda{}_{\|\alpha} - b^\lambda_\alpha \omega^3 = \bar{\varepsilon}^{\lambda\rho} \gamma_{\beta 3 \|\alpha}.$$

Ensuite, si $v \in [H^1(\Omega)]^5$, on a, au sens des distributions :

$$\omega^3{}_{\|\alpha} + b_{\lambda\alpha}\omega^\lambda = \bar{\varepsilon}^{\lambda\beta}\gamma'_{\alpha\beta\|\lambda}.$$

On a supposé que $\gamma'_{\alpha\beta} = 0$, $k'_{\alpha\beta} = 0$, $\gamma_{\alpha 3} = 0$ dans $L^2(\Omega)$. Par suite, $\gamma'_{\alpha\beta\|\lambda}$ et $\gamma_{\beta 3\|\alpha}$ sont des distributions nulles et le vecteur $\vec{\omega}$ est un vecteur constant.

LEMME 2 : *Le vecteur $v_\alpha a^\alpha - \vec{\omega} \wedge \vec{r}$ est un vecteur constant.*

Le vecteur $\beta_\lambda \vec{a}^\lambda - \vec{\omega} \wedge a_3$ est nul.

Conséquences :

Chacune des propositions (i), (ii) caractérise tout mouvement de corps rigide. Les variables cinématiques que l'on choisit sont donc $\gamma'_{\alpha\beta}$, $k'_{\alpha\beta}$, $\gamma_{\alpha 3}$ invariantes dans tout mouvement de corps rigide.

On rappelle qu'*une coque est encastrée sur une partie $\mathscr{C}_0$ du bord,* si étant donné Γ_0 tel que $\mathscr{C}_0 = f(\Gamma_0)$, l'on a :

$$v_{\alpha|\Gamma_0} = 0 \quad , \quad \beta_{\alpha|\Gamma_0} = 0 \quad , \quad w_{|\Gamma_0} = 0.$$

COROLLAIRE 1 : *Si $\Gamma_0 \subset \Gamma = \partial\Omega$ est mesurable, de mesure strictement positive, alors : $v \in V = \{ v = (v_\alpha, w, \beta_\alpha) \in [H^1(\Omega)]^5, v_{\alpha|\Gamma_0} = 0, \beta_{\alpha|\Gamma_0} = 0, w_{|\Gamma_0} = 0 \}$, l'espace V satisfait à* (i) *ou à* (ii)
entraînent $\vec{U} = 0$ presque partout sur Ω.

III. FORMULATION VARIATIONNELLE. ÉNONCÉ DES RÉSULTATS

L'espace V défini ci-dessus est l'espace des *champs de déplacements cinématiquement admissibles* dans le cas de la coque encastrée sur une partie de son bord.

Le matériau constituant la coque étant supposé élastique anisotrope, on peut toujours définir une *énergie de déformation surfacique* $w(\gamma'_{\alpha\beta}, \gamma_{\alpha 3}, k'_{\alpha\beta})$ dépendant des variables $\gamma'_{\alpha\beta}$, $\gamma_{\alpha 3}$, $k'_{\alpha\beta}$, forme quadratique non négative :

$$w = {}_1B^{\alpha\beta\gamma\delta}\gamma'_{\alpha\beta}\gamma'_{\gamma\delta} + {}_2B^{\alpha\beta\gamma\delta}k'_{\alpha\beta}k'_{\gamma\delta} + {}_3B^{\alpha\beta\gamma\delta}\gamma'_{\alpha\beta}k'_{\gamma\delta} + {}_1B^{\alpha\beta\gamma}\gamma'_{\alpha\beta}\gamma_{\gamma 3} + {}_2B^{\alpha\beta\gamma}\gamma_{\alpha 3}k'_{\beta\gamma} + {}_1B^{\alpha\beta}\gamma_{\alpha 3}\gamma_{\beta 3}.$$

Les coefficients ${}_nB^{----}$ satisfaisant aux propriétés de symétrie habituelles sont supposés dans $L^\infty(\bar{\Omega})$ et tels que :

$$w(\gamma'_{\alpha\beta}, \gamma_{\alpha 3}, k'_{\alpha\beta}) \geqslant c(\gamma'_{\alpha\beta}\gamma'_{\alpha\beta} + \gamma_{\alpha 3}\gamma_{\alpha 3} + k'_{\alpha\beta}k'_{\alpha\beta}), \tag{10}$$

où c est une constante.

L'énergie de déformation de la coque est :

$$\mathscr{E}(v) = a(v, v) = \iint_{\Omega} [{}_1B^{\alpha\beta\gamma\delta}\gamma'_{\alpha\beta}\gamma'_{\gamma\delta} + {}_2B^{\alpha\beta\gamma\delta}k'_{\alpha\beta}k'_{\gamma\delta} + {}_3B^{\alpha\beta\gamma\delta}\gamma'_{\alpha\beta}k'_{\gamma\delta}$$

$$+ {}_1B^{\alpha\beta\gamma}\gamma'_{\alpha\beta}\gamma_{\gamma 3} + {}_2B^{\alpha\beta\gamma}\gamma_{\alpha 3}k'_{\beta\gamma} + {}_1B^{\alpha\beta}\gamma_{\alpha 3}\gamma_{\beta 3}]\sqrt{a}\, dx'\, dx^2 \quad (11)$$

où $\gamma'_{\alpha\beta}(v)$, $k'_{\alpha\beta}(v)$, $\gamma_{\alpha 3}(v)$ sont calculés à partir de :

$$\vec{U} = v_\alpha \vec{a}^\alpha + w\vec{a}^3 + x^3\beta_\alpha\vec{a}^\alpha = \vec{u} + x^3\vec{\varphi}, \qquad v = (v_\alpha, \beta_\alpha, w)$$

L'énergie des forces appliquées se met sous la forme :

$$F(v) = \iint_{\Omega} (\vec{p}\cdot\vec{u} + \vec{m}\cdot\vec{\varphi})\sqrt{a}\, dx'\, dx^2 + \int_{\Gamma} (\vec{N}^0\cdot\vec{u} + \vec{M}^0\cdot\vec{\varphi})\, ds. \quad (12)$$

Les démonstrations qui suivent sont analogues à celles établies dans [2].

Le déplacement U_0 solution rend minimale, sur V, l'énergie de la coque :

$$J : v \in V \mapsto J(v) = \frac{1}{2}a(v, v) - F(v).$$

3.1. On va établir une suite de lemmes qui conduiront à la V-ellipticité de la forme bilinéaire associée à $\mathscr{E}(v)$.

LEMME 1 : *L'application*

$$\Psi^2(v) = \left(\iint_{\Omega} \left\{ \sum_{\alpha,\beta=1}^{2} (\gamma'_{\alpha\beta})^2 + \sum_{\alpha,\beta=1}^{2} (k'_{\alpha\beta})^2 + \sum_{\alpha=1}^{2} (\gamma_{\alpha 3})^2 \right\} d\Omega\right)^{1/2}$$

définit sur l'espace V une norme.

LEMME 2 : *La norme définie ci-dessus est équivalente à la norme définie par :*

$$\Phi^2(v) = \sum_{\alpha=1}^{2} [|v_\alpha|^2_{L^2(\Omega)} + |\beta_\alpha|^2_{L^2(\Omega)}] + |w|^2_{L^2(\Omega)} + \sum_{\alpha,\beta=1}^{2} \left|\frac{1}{2}(v_{\alpha\|\beta} + v_{\beta\|\alpha})\right|^2_{L^2(\Omega)}$$

$$+ |\text{grad}\, w|^2_{L^2(\Omega)} + \sum_{\alpha=1}^{2} |\text{grad}\, \beta_\alpha|^2_{L^2(\Omega)},$$

et notée $\|\cdot\|$.

LEMME 3 : La forme bilinéaire $\mathscr{A}(u, v)$ associée à l'énergie de déformation est V-elliptique.

Ceci découle des hypothèses sur $w(\gamma'_{\alpha\beta}, \gamma_{\alpha 3}, k'_{\alpha\beta})$ et de l'équivalence des normes définies par $\sqrt{\Phi^2(v)}$ et $\sqrt{\Psi^2(v)}$

3.2. *La forme $\mathcal{A}(v, v_0)$ associée à $\mathcal{A}(v)$ est continue sur $V \times V$.*

REMARQUE : $\mathcal{A}(v)$ définit donc sur V une forme équivalente à la norme notée $\|\,.\,\|$.

3.3. *L'application $F : v \in V \xrightarrow{F} F(v)$,*

$$F(v) = \iint_\Omega (\vec{p}\,.\,\vec{u} + \vec{m}\,.\,\vec{\varphi})\sqrt{a}\,dx'\,dx^2 + \int_\Gamma (\vec{N}^0\,.\,\vec{u} + \vec{M}_0\,.\,\varphi')\,ds$$

est linéaire continue sur V.

On désigne par : T^α, T les composantes de $\vec{N}_0$, c_α celles de $\vec{M}^0$,

p^α, p^3 les composantes de $\vec{p}$, m^α celles de m.

On suppose que p^α, m^α, p^3 sont dans $L^2(\Omega)$ et T^α, C^α, T sont dans $L^2(\Gamma)$. On sait que l'injection de $[H^1(\Omega)]^5$ dans $[L^2(\Omega)]^5$ est continue, ainsi que l'injection de $[H^1(\Omega)]^5$ dans $[L^2(\Gamma)]^5$. Il existe donc une constante $L > 0$ telle que : $|F(v)| \leqslant L\,\|v\|$.

THÉORÈME 2 : *Il existe un élément unique v^0 de V qui réalise le minimum de la fonctionnelle J. Il est tel que :*

$$\mathcal{A}(v, v^0) = F(v), \qquad \forall v \in V, \qquad J(v^0) = \min_{v \in V} J(v)$$

On se trouve alors dans les conditions d'application du lemme de Lax-Milgram, d'où résultent l'existence et l'unicité de la solution du problème de flexion élastique pour une coque dans le cas du modèle linéaire de Naghdi.

Ces résultats sont essentiels pour l'étude de problèmes de coques par la méthode des éléments finis.

BIBLIOGRAPHIE

1. M. BERNADOU (*à paraître*) : Thèse.
2. P. G. CIARLET et M. BERNADOU (1976), *Sur l'ellipticité du modèle linéaire de coques de W. T. Koiter, to appear in the Proceedings of the Second International Symposium on Computing Methods in Applied Sciences and Engineering*, I.R.I.A., Versailles 15-19 December, 1975.
3. P. M. NAGHDI (1963), *Foundations of elastic shell theory* ; in Progress in Solid Mechanics, Vol. 4, North, Holland.
4. P. ROUGEE (1969), *Équilibre des coques élastiques minces inhomogènes en théorie non linéaire*, Thèse.
5. B. A. SHOIKHET (1974), *On existence theorem in linear shell theory*, P M M 38, 567-571. Traduit en anglais dans Journal of Applied Mathematics and Mechanics, 38, 1974, p. 527-531.