

RAIRO

MODÉLISATION MATHÉMATIQUE ET ANALYSE NUMÉRIQUE

P. BERGÉ

Turbulence en convection de Rayleigh-Bénard : du chaos temporel aux effets spatiaux

RAIRO – Modélisation mathématique et analyse numérique,
tome 23, n° 3 (1989), p. 371-377.

http://www.numdam.org/item?id=M2AN_1989__23_3_371_0

© AFCET, 1989, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « RAIRO – Modélisation mathématique et analyse numérique » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/legal.php>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

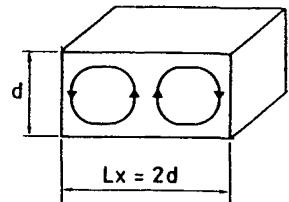
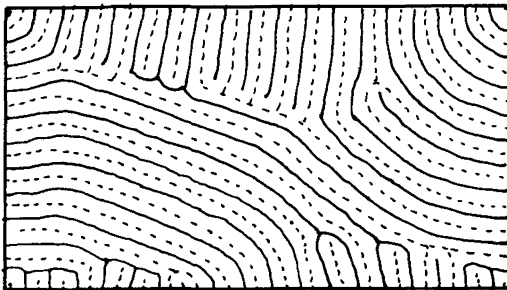
Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

TURBULENCE EN CONVECTION DE RAYLEIGH-BÉNARD : DU CHAOS TEMPOREL AUX EFFETS SPATIAUX

par P. BERGÉ ⁽¹⁾

INTRODUCTION

La convection de Rayleigh-Bénard (*) [1] constitue un système de choix pour les études des transitions vers la turbulence. Toutefois, dans les cellules de grands rapports d'aspect horizontaux, la présence de nombreux rouleaux convectifs entraîne systématiquement l'existence d'un désordre structural avec présence de nombreux défauts ; le système est alors à grand nombre de degrés de liberté et la transition à la turbulence extrêmement complexe.



Tracé, vue de dessus, des courants chauds (---) et froids (—) d'une structure convective obtenue dans une cellule de grand rapport d'aspect. A droite, représentation schématique d'une cellule de petit rapport d'aspect.

⁽¹⁾ Service de Physique du Solide et de Résonance Magnétique, Institut de Recherche Fondamentale, CEA, CEN-Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex

(*) La convection de Rayleigh-Bénard (R B) est la manifestation d'une instabilité thermoconvective prenant place dans un fluide confiné entre deux plaques horizontales, rigides, soumises à une différence de température ΔT . Au-delà d'un certain seuil critique ΔT_c , des mouvements apparaissent dans cette couche et s'organisent en rouleaux convectifs.

A l'opposé de cette situation il y a le cas des géométries restreintes si les rapports d'aspect de la cellule sont petits, disons 2 et 1,2 par exemple, le nombre de rouleaux sera lui-même très réduit. Dans ce cas, on bloque totalement les modes spatiaux en figeant la structure et seuls interviennent les modes temporels. De nombreuses études ont montré qu'on est alors en présence d'un véritable système dynamique dans lequel un petit nombre d'instabilités oscillantes peuvent se développer qui, de par leur interaction, aboutissent à une situation chaotique. La turbulence correspondante est alors déterministe et associée à la présence d'attracteurs étranges de basse dimension [2]. Pour aller au-delà et voir comment cette situation s'enrichit et se complique, il est tentant de redonner au système une partie de ses degrés de libertés spatiaux. Le but de cet article est de décrire les premiers résultats obtenus sur une expérience allant dans ce sens.

UNE COMPLICATION SPATIALE MINIMUM...

Nous avons signalé combien était complexe la situation d'un système de nombreux rouleaux s'étendant dans les deux dimensions d'un plan horizontal. Certes, il va falloir faire intervenir l'espace mais de façon très progressive ! La démarche qui peut guider est la suivante. On sait que les systèmes dynamiques peuvent être mimés, et quelquefois de façon étonnamment réaliste, par des applications itérées telles que

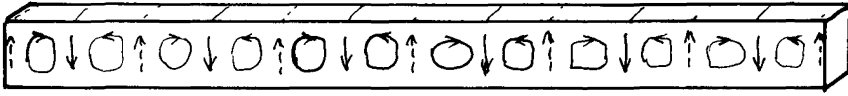
$$X_{n+1} = AX_n(1 - X_n) = f(X_n)$$

De telles applications peuvent, tout comme la convection de R.B. en géométrie restreinte, présenter des régimes périodiques ou chaotiques selon la valeur du paramètre de contrôle A . Pour quitter le domaine des systèmes dynamiques et donner une richesse spatiale au système, on constitue une chaîne unidimensionnelle de telles applications que l'on couple avec leurs premiers voisins

$$X_{n+1}^i = f(X_n^i) + c[f(X_n^{i-1}) - 2f(X_n^i) + f(X_n^{i+1})]$$

A condition de choisir convenablement le couplage c , le type de l'application et son paramètre de contrôle, on trouve un comportement qualitativement nouveau caractérisé par des intermittences spatio-temporelles [3], [4]. Ceci veut dire que le long de la chaîne d'applications, certaines régions sont turbulentes alors que d'autres sont dans l'état laminaire, ces régions s'échangeant quand le temps passe. Plus précisément, un observateur se déplaçant le long de la chaîne noterait, à un instant donné, une coexistence de régions chaotiques et de régions laminaires, alors que considérant un point donné de la chaîne, il verrait se succéder des régimes chaotiques et laminaires. Du point de vue expérimental on est donc tenté de

créer de tels arrangements. Une façon « naturelle » de coupler un certain nombre de systèmes dynamiques convectifs consiste à réaliser une chaîne de rouleaux s'étendant essentiellement à une dimension. Pour cela, il faut étudier la convection dans une cellule allongée dans une direction et étroite dans la direction perpendiculaire.



Représentation schématique d'une chaîne unidimensionnelle de rouleaux convectifs.

LA CONVECTION SE REBELLE...

Malheureusement, les choses ne sont pas si faciles à réaliser dans la pratique. Si le système de rouleaux se révèle parfaitement périodique tant que l'on travaille à des nombres de Rayleigh (*), Ra , modérés, il n'en va plus de même aux nombres de Ra plus élevés pour lesquels ces rouleaux pourraient développer des instabilités oscillantes, première étape vers des régimes chaotiques. En effet, il se révèle qu'une brisure de la périodicité intervient et que des rouleaux de taille très différente apparaissent alors. Cette situation nous interdit de pousser plus avant notre tentative, nos systèmes dynamiques couplés possédant des propriétés fort disparates (en effet, la nature du régime dynamique dépend cruciallement de la taille des rouleaux dans lesquels il prend naissance).



Photographie d'une chaîne de rouleaux de tailles diverses (vue de dessus).

On pense alors à ancrer artificiellement la position des courants ascendants et descendants qui constituent les frontières entre rouleaux. Une façon de faire consiste à agencer de petites protubérances équidistantes sur les plaques horizontales des cellules. Effectivement, c'est bien de ces protubérances que partent courants chauds et froids mais — manifestation de la révolte de la convection quand on cherche à la forcer — au-delà d'un

(*) Le nombre de Rayleigh, Ra , paramètre de contrôle de l'instabilité de R.B., est une expression adimensionnelle de la différence de température ΔT appliquée entre le bas et le haut de la couche fluide.

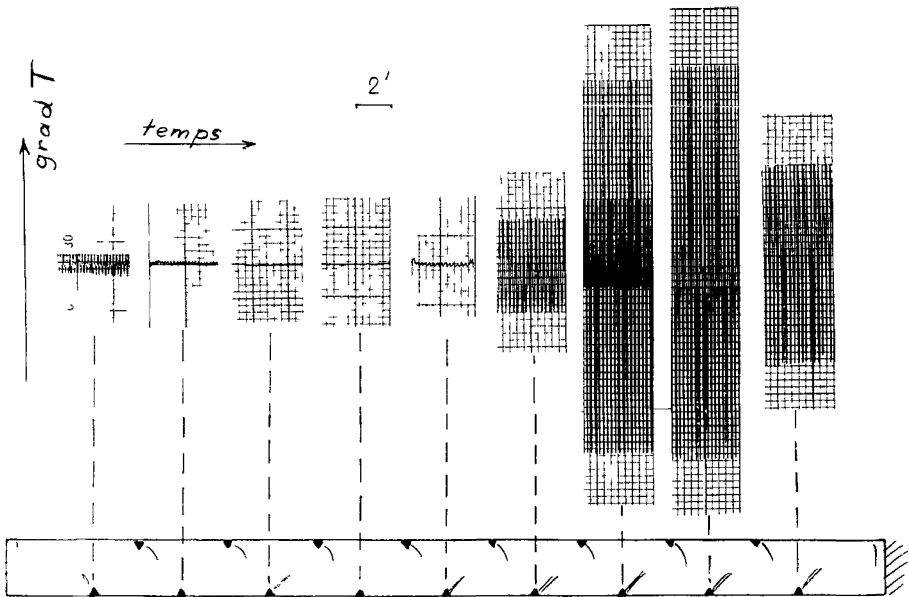
certain seuil, ces courants s'inclinent, donnant naissance à des rouleaux quelque peu triangulaires. Malgré cette complication inattendue (et non interprétée à ce jour), on peut considérer que l'on est en présence d'une chaîne de rouleaux identiques et étudier son comportement dynamique.



Photographie, prise dans un plan vertical, de la structure convective obtenue en ancrant les courants chauds (sombres, partant de la plaque inférieure) et froids (clairs, partant de la plaque supérieure). L'inclinaison de ces courants est manifeste.

QUELQUES COMPORTEMENTS DYNAMIQUES D'UNE CHAÎNE DE 20 ROULEAUX

Quand on augmente le nombre de Rayleigh, des oscillations monopériodiques, et d'amplitude indépendante du temps, apparaissent dans la cellule. Mais la chose qui surprend est la suivante : à un même nombre de Rayleigh, plusieurs états peuvent être mis en évidence selon l'histoire thermique à



Un exemple de comportement très hétérogène de la chaîne de rouleaux. On a représenté quelques minutes d'enregistrement de la variation temporelle d'un gradient de température, relevé dans chaque longueur d'onde. La coexistence de régions oscillantes et non oscillantes est frappante.

laquelle a été soumise la couche pour aboutir à l'état en question. Ils sont souvent caractérisés par des hétérogénéités spatiales importantes de l'amplitude des oscillations (de même fréquence aux effets de parois près) des différentes longueurs d'onde (*). Les situations où les rouleaux oscillent tous avec des amplitudes comparables ne sont pas les plus représentées et on trouve plus fréquemment une coexistence entre des zones oscillantes et non oscillantes.

Bien que cette situation puisse paraître étonnante a priori, on la retrouve dans le cas de chaînes d'oscillateurs électroniques bistables couplés [5]. Par ailleurs, une étude théorique récente a montré qu'il existe tout un domaine de valeurs du couplage entre oscillateurs pour lequel il existe une frontière bien définie et immobile entre zone oscillante et non oscillante [6]. Paradoxalement, si le couplage est insuffisant pour que l'information « amplitude » se transmette d'un bout à l'autre de la cellule, l'information « phase » est, elle, transmise. En effet, on peut généralement noter une synchronisation des oscillations, s'étendant d'un bout à l'autre de la cellule quand toutes les longueurs d'ondes oscillent.

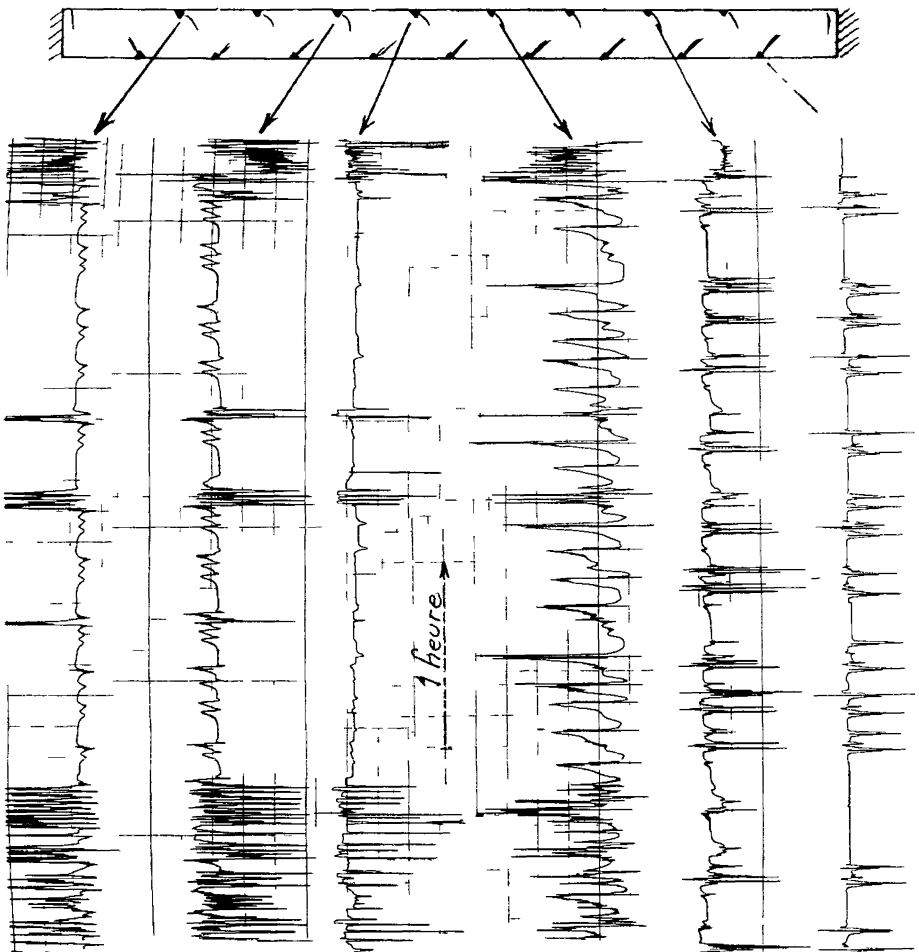
Une autre caractéristique de cette chaîne de rouleaux est que, localement — et au moins pour des valeurs de Ra modérées — les propriétés sont celles d'un système dynamique : les différents régimes observés — ainsi que leur complication aboutissant au chaos — pourraient l'être dans une expérience où une seule longueur d'onde serait présente (cas de géométries confinées).

Enfin, et ceci n'est pas du moindre intérêt, des intermittences sont systématiquement observées pour des nombres de Ra juste inférieurs à celui pour lequel les oscillations permanentes apparaissent. Certes, des mesures plus quantitatives portant sur une chaîne à plus grand nombre de rouleaux doivent être effectuées pour savoir si ces intermittences sont du même type que celles apparaissant dans les réseaux d'applications couplées. Mais on peut déjà constater qu'en un point donné de la chaîne, le régime laminaire (en fait, ici, stationnaire) est fréquemment interrompu par des bouffées de turbulence survenant irrégulièrement. Par ailleurs, en considérant la chaîne à un moment donné, on peut noter, malgré une inévitable corrélation portant sur 2 ou 3 longueurs d'ondes, la coexistence de zones turbulentes et stationnaires qui s'échangent quand le temps passe.

REMERCIEMENTS

Je remercie M. Dubois grâce à la collaboration de qui ces résultats ont pu être obtenus ainsi que B. Ozenda pour une aide technique précieuse.

(*) En fait, dans une chaîne de rouleaux, la cellule élémentaire est représentée par la paire de rouleaux ou longueur d'onde.



Evolution temporelle des gradients thermiques mesurés en diverses positions de la chaîne de rouleaux. On notera la présence de bouffées survenant erratiquement et à des moments différents selon les emplacements considérés.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] P. BERGE, M. DUBOIS, *Contemp Phys.* 25, 535 (1984).
- [2] P. BERGE, Y. POMEAU, C. VIDAL, *L'ordre dans le Chaos*, Hermann, Paris (1984).
- [3] K. KANEKO, *Prog. of Theor. Phys* 74, 1033 (1985).

- [4] H. CHATÉ, P. MANNEVILLE, *Phys. Rev. Lett.* 58, 112 (1987).
- [5] H. G. PURWINS, G. KLEMP, J. BERKEMEIR, *Adv. in Sol. State Phys.* 27, 27 (1987).
- [6] B. ROSTAND et A. D. DEFONTAINE, Communication privée.